

## 带自适应动量因子的变步长盲源分离方法

张天骐, 马宝泽, 强幸子, 全盛荣

(重庆邮电大学信号与信息处理重庆市重点实验室, 重庆 400065)

**摘 要:** 基于自然梯度算法提出一种带自适应动量因子的变步长盲源分离方法, 在平稳和非平稳环境下进行正定盲源分离处理。该方法利用性能指标构造函数来估计混合矩阵, 依据估计混合矩阵得出估计性能指标再反馈更新构造函数; 然后将选取合适经验参数的构造函数代入算法, 同时自适应调整算法步长和动量因子; 最终得到估计源信号。仿真表明该方法在平稳和非平稳环境下都可以估计出混合矩阵, 能有效分离混合信号且收敛速度快稳态误差小。

**关键词:** 盲源分离; 自然梯度; 动量因子; 变步长

中图分类号: TN911.6

文献标识码: A

## Variable-step blind source separation method with adaptive momentum factor

ZHANG Tian-qi, MA Bao-ze, QIANG Xing-zi, QUAN Sheng-rong

(Chongqing Key Laboratory of Signal and Information Processing, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

**Abstract:** A variable-step blind source separation algorithm based on the natural gradient with adaptive momentum factor was proposed, which could cope with the determined blind source separation in the environment of stationary and non-stationary. Function estimation mixed matrix was constructed by performance index. The estimated performance index was obtained by the estimated mixed matrix, and the constructor was updated by the estimated performance index. Then, the constructor was plugged with appropriate experienced parameter into the proposed algorithm and step and momentum factor was adaptively adjusted. Finally, the estimation source signals could be obtained. Simulations show that the proposed algorithm is effective to estimate the mixed matrix in the stationary and non-stationary environments, and the proposed algorithm has faster convergence speed and lower steady error as well as separates source signals effectively.

**Key words:** blind source separation, natural gradient, momentum factor, variable-step

### 1 引言

盲源分离算法研究的是统计独立的非高斯信号, 在源信号和传输信道先验知识均未知的情况下, 对混合信号进行分离, 在信号盲处理领域起了极大的推动作用<sup>[1]</sup>。在平稳、非平稳及含噪环境下将混合信号分离出来是盲源分离理论在应用中的重要研究课题, 传统盲源分离算法大多是在平稳环

境下处理混合观测信号的分离问题。由于传输信道会受到外界非平稳环境的干扰, 也就是混合矩阵是随机动态时变的情况, 这样就要求盲源分离算法在保证稳态误差较小的同时能快速收敛<sup>[2]</sup>。

盲源分离算法按处理方式可分为批处理和自适应, 自适应算法能对信息实时处理, 在非平稳环境下有更强的跟踪能力, 因此得到广泛应用。但这类算法存在收敛速度和稳态误差不能同时兼顾的

收稿日期: 2016-10-06; 修回日期: 2017-01-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61671095, No.61371164, No.61275099); 信号与信息处理重庆市级重点实验室建设基金资助项目 (No.CSTC2009CA2003); 重庆市教育委员会科研基金资助项目 (No.KJ130524, No.KJ1600427, No.KJ1600429)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China (No.61671095, No.61371164, No.61275099), The Project of Key Laboratory of Signal and Information Processing of Chongqing (No.CSTC2009CA2003), The Research Project of Chongqing Educational Commission (No.KJ130524, No.KJ1600427, No.KJ1600429)

问题<sup>[3]</sup>, 尤其是在非平稳环境下, 这一难题更加突出。文献[4]提出利用滑动参数选取分离系统的方法自适应变步长, 可以有效提高算法分离性能, 但没有考虑迭代前后分离矩阵相关特性对分离效果的影响。文献[5]在引入的动量项中通过对目标函数求梯度的方法自适应调整动量因子, 虽然可以提高算法收敛速度, 但计算复杂度较大且固定步长限制算法性能。文献[6]在算法中加入动量项后, 利用梯度下降法和凸组合理论自适应调整动量因子, 适用于平稳和非平稳环境, 但算法仍然受到步长参数选取的影响。总之, 现有自适应变步长算法虽能在一定程度上缓解收敛速度和稳态误差间的矛盾, 但易陷入局部最优且难以消除引入的误差; 加入动量项可有效避免算法陷入局部最优, 提高收敛速度, 但稳态误差会随之变大。

本文在自然梯度算法的基础上提出了一种自适应调整步长和动量因子的改进盲源分离方法。该方法利用分离信号性能评价指标构造函数, 通过最小均方误差准则分析得出估计混合矩阵迭代计算式, 用构造函数取代其步长, 迭代更新估计混合矩阵和估计性能评价指标; 然后用估计性能评价指标反馈更新构造函数, 选取合适的经验参数后分别替换自然梯度算法的步长和动量因子, 使算法随信号分离状态自适应更新, 最终得出分离矩阵和分离信号。仿真表明, 在平稳和非平稳环境下估计性能指标都有效逼近了真实性能指标, 说明混合矩阵估计的有效性以及构造函数可用于步长和动量因子调整的可行性; 在对混沌映射信号盲分离时, 本文算法性能优于传统算法, 分离性能提升明显, 做到了收敛速度快、稳态误差小; 在含噪实验中, 能够将混有色噪声的混沌流信号分离出来。

## 2 盲源分离问题描述

平稳环境下盲源分离可表示为

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}\mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{s}(k) = [s_1(k), \dots, s_n(k)]^T$  为  $n$  维未知的独立源信号向量;  $\mathbf{x}(k) = [x_1(k), \dots, x_m(k)]^T$  为  $m$  维混合信号向量;  $\mathbf{A}$  为  $m \times n$  维混合矩阵;  $\mathbf{n}(k)$  为  $m$  维加性噪声。在不考虑噪声时, 有  $\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}\mathbf{s}(k)$ , 在  $\mathbf{s}(k)$  和  $\mathbf{A}$  均未知情况下, 仅根据  $\mathbf{x}(k)$  就能得到分离信号

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{W}\mathbf{x}(k) = \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{s}(k) = \mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{s}(k) \quad (2)$$

分离信号  $\mathbf{y}(k) = [y_1(k), \dots, y_n(k)]^T$  是源信号  $\mathbf{s}(k)$  的估计<sup>[7]</sup>。盲源分离算法就是确定分离矩阵  $\mathbf{W}$  的过程, 使  $y_i$  之间尽可能统计独立。由于源信号和混合矩阵等信息都是未知的,  $\mathbf{y}(k)$  在幅度和排列次序方面就存在不确定性, 这是盲源分离的模糊性。令全局矩阵为  $\mathbf{G} = \mathbf{W}\mathbf{A} = \mathbf{A}\mathbf{P}$ , 其中,  $\mathbf{A}$  为非奇异对角矩阵且对角线上元素非零, 反映  $\mathbf{y}(k)$  在幅度上的不确定性;  $\mathbf{P}$  为置换矩阵, 反映  $\mathbf{y}(k)$  在排序上的不确定性。因为有用信息通常隐含在  $\mathbf{y}(k)$  波形中, 所以在研究盲源分离问题时可忽略模糊性影响。

非平稳环境下盲源分离可表示为

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}(k)\mathbf{s}(k) \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{A}(k)$  为未知的  $m \times n$  维动态随机时变混合矩阵, 现有大多数盲源分离算法都假设  $\mathbf{A}(k)$  为时不变的静态矩阵。然而, 实际观测信号是源信号经非平稳混合得到的动态信号。因此, 本文考虑用时变矩阵  $\mathbf{A}(k)$  来模拟突变的非平稳环境。

采用基于全局矩阵的  $PI$  值作为性能评价指标<sup>[7]</sup>, 该指标既体现了盲源分离算法分离性能, 又可以构造函数来自适应调整步长和动量因子。

$$PI(k) = \sum_i \left\{ \left[ \sum_j \frac{|\mathbf{G}_k(i, j)|}{\max |\mathbf{G}_k(i, \bullet)|} - 1 \right] + \left[ \sum_j \frac{|\mathbf{G}_k(j, i)|}{\max |\mathbf{G}_k(\bullet, i)|} - 1 \right] \right\} \quad (4)$$

其中,  $k$  为迭代次数,  $\mathbf{G}_k(i, j)$  为第  $k$  次迭代后全局矩阵  $\mathbf{G}$  的第  $i$  行、第  $j$  列元素。

由于盲分离问题可能存在多种解, 有必要做出以下假设。

1) 源信号各分量  $s_i(t) (i=1, 2, \dots, n)$  要相互统计独立。

2) 混合矩阵  $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times n} (m \geq n)$  存在逆矩阵, 即  $\text{rank}(\mathbf{A}) = n$ ; 本文将讨论  $m = n$  的正定盲源分离情况。

## 3 利用估计性能指标构造函数

在盲分离算法运行时混合矩阵  $\mathbf{A}$  是未知的, 不能直接得到全局矩阵  $\mathbf{G}$ , 也就是说性能指标  $PI$  也是未知的。要想利用  $PI$  调整步长和动量因子大小, 就要对每次迭代得到的  $PI(k)$  进行有效估计, 所以,

要想得到  $PI(k)$ ，就应先得到其估计值  $\widehat{PI}(k)$ 。 $PI(k)$  取决于全局矩阵  $\mathbf{G}_k$ ，由于  $\mathbf{G}_k = \mathbf{W}(k)\mathbf{A}$ ，以此分析得出，混合矩阵  $\mathbf{A}$  的估计  $\widehat{\mathbf{A}}$  是构造函数的关键，即由估计混合矩阵  $\widehat{\mathbf{A}}$  求得估计全局矩阵  $\widehat{\mathbf{G}}_k$ ，进一步得到估计性能指标  $\widehat{PI}(k)$ 。

根据最小均方误差准则分析得  $\min \left[ \mathbb{E} \left( \left\| \mathbf{x} - \widehat{\mathbf{A}}\mathbf{y} \right\|^2 \right) \right]$ ,

再利用梯度下降算法<sup>[8]</sup>可近似得到估计混合矩阵  $\widehat{\mathbf{A}}$ ，由于

$$\begin{aligned} \Delta \widehat{\mathbf{A}}(k) &= \widehat{\mathbf{A}}(k+1) - \widehat{\mathbf{A}}(k) \\ &= -\sigma \frac{\partial \left\| \mathbf{x}(k) - \widehat{\mathbf{A}}\mathbf{y}(k) \right\|^2}{\partial \widehat{\mathbf{A}}} \\ &= 2\sigma \left[ \mathbf{x}(k) - \widehat{\mathbf{A}}\mathbf{y}(k) \right] \mathbf{y}^T(k) \end{aligned} \quad (5)$$

估计混合矩阵  $\widehat{\mathbf{A}}$  迭代更新计算式可表示为

$$\widehat{\mathbf{A}}(k+1) = 2\sigma \left[ \mathbf{x}(k) - \widehat{\mathbf{A}}(k)\mathbf{y}(k) \right] \mathbf{y}^T(k) + \widehat{\mathbf{A}}(k) \quad (6)$$

其中， $\sigma$  为  $\widehat{\mathbf{A}}$  的步长。可进一步得到估计全局矩阵  $\widehat{\mathbf{G}}(k) = \mathbf{W}(k)\widehat{\mathbf{A}}(k)$ ，再利用  $\widehat{\mathbf{G}}(k)$  定义估计性能指标  $\widehat{PI}(k)$ 。

$$\begin{aligned} \widehat{PI}(k) &= \sum_i \left\{ \left[ \frac{\sum_j |\widehat{\mathbf{G}}_k(i,j)|}{\max_j |\widehat{\mathbf{G}}_k(i,\bullet)|} - 1 \right] + \right. \\ &\quad \left. \left[ \frac{\sum_j |\widehat{\mathbf{G}}_k(j,i)|}{\max_j |\widehat{\mathbf{G}}_k(\bullet,i)|} - 1 \right] \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

$\widehat{PI}(k)$  反映了算法分离性能。在算法迭代时，步长越大，算法收敛速度越快但稳态误差会越大；反之，收敛速度越慢稳态误差越小。在引入动量项的情况下，应先选取较大动量因子提高收敛速度，之后选取较小动量因子降低稳态误差。步长和动量因子有相同的变化趋势，都需要在算法迭代初期以较大值来运行，以加快收敛速度， $\widehat{PI}(k)$  值随之减小；在算法迭代后期，两者都应选取较小值以降低稳态误差， $\widehat{PI}(k)$  值将减小为足够小的非负值。因此，可在步长自适应学习规则、动量因子自适应更新与信号分离状态间建立对应关系，通过  $\widehat{PI}(k)$  来自适应调整算法的步长和动量因子。根据以上分析，通过估计性能指标实时更新自适应调整步长和动量因子大小，均衡收敛速度和稳态误差，使它们

随着  $\widehat{PI}(k)$  值的下降而减小。

步长选取对算法性能十分重要，它在一定程度上控制着收敛速度和稳态误差间的均衡。固定步长会制约算法性能，不能兼顾收敛速度和稳态误差。因此，要求步长在算法迭代初期取较大值，使算法快速收敛；迭代后期步长取较小值，减小稳态误差。分析总结出基于  $\widehat{PI}(k)$  值的自适应变步长构造函数<sup>[9]</sup>为

$$\mu(k) = \alpha \left( 1 - e^{-\beta \widehat{PI}(k)} \right) \quad (8)$$

其中，经验参数  $\alpha > 0$  控制步长取值范围， $\beta > 0$  控制步长形状。

在计算估计混合矩阵时， $\widehat{\mathbf{A}}$  的迭代计算式中也涉及步长选取问题。不妨用  $\mu_1(k)$  来代替  $2\sigma$ ，得到

$$\widehat{\mathbf{A}}(k+1) = \mu_1(k) \left[ \mathbf{x}(k) - \widehat{\mathbf{A}}(k)\mathbf{y}(k) \right] \mathbf{y}^T(k) + \widehat{\mathbf{A}}(k) \quad (9)$$

其中， $\mu_1(k) = \alpha_1 \left( 1 - e^{-\beta_1 \widehat{PI}(k)} \right)$ ， $\alpha_1$  和  $\beta_1$  为经验参数。

#### 4 算法步长和动量因子改进

传统自然梯度算法<sup>[10]</sup> (NGA, natural gradient algorithm) 分离矩阵更新式为  $\mathbf{W}(k+1) = \mu \{ \mathbf{I} - f[\mathbf{y}(k)]\mathbf{y}^T(k) \} \mathbf{W}(k) + \mathbf{W}(k)$ ，将式(8)代入，可得到一种新的自适应变步长自然梯度盲源分离算法 (VS-NGA)。

$$\mathbf{W}_1(k+1) = \mu_2(k) \{ \mathbf{I} - f[\mathbf{y}(k)]\mathbf{y}^T(k) \} \mathbf{W}(k) + \mathbf{W}(k) \quad (10)$$

其中， $\mu_2(k) = \alpha_2 \left( 1 - e^{-\beta_2 \widehat{PI}(k)} \right)$ ， $\alpha_2$  和  $\beta_2$  为经验参数， $f(\bullet)$  是非线性激活函数。其基本思想是通过  $\widehat{PI}(k)$  构造的步长函数取代传统自然梯度算法的步长，依据信号分离状态自适应调整步长大小。

在传统自然梯度算法中引入动量项<sup>[11]</sup>  $\psi[\mathbf{W}(k) - \mathbf{W}(k-1)]$  后可以得到动量项自然梯度算法计算式，动量因子  $\psi$  的取值对收敛速度和稳态误差的影响同样很大。为保证加入动量项后算法的收敛性，分析每次迭代后更新量为

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{W}(k) &= \mathbf{W}(k+1) - \mathbf{W}(k) \\ &= \mu \sum_{i=1}^k \psi^{k-i} \left[ \mathbf{I} - f[\mathbf{y}(k)]\mathbf{y}^T(k) \right] \mathbf{W}(i) + \\ &\quad \psi^k \left[ \mathbf{W}(1) - \mathbf{W}(0) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

由式(11)可知，只要动量因子  $\psi \in [0, 1]$ ，就可

使算法收敛。

当动量因子为一固定值时，算法依然很难均衡收敛速度和稳态误差。由于固定动量因子参数选取比较困难，为了消除其对算法的不利影响，本文通过  $\widehat{PI}(k)$  对动量因子进行实时迭代更新，在算法迭代初期自适应地选取较大的动量因子，以提高收敛速度；在算法迭代后期选取较小的动量因子，以减小稳态误差。分析总结出动量因子自适应选取构造函数为

$$\psi(k) = \delta \left( 1 - e^{-\varepsilon \widehat{PI}(k)} \right) \quad (12)$$

其中，经验参数  $\delta > 0$  控制动量因子取值范围， $\varepsilon > 0$  控制动量因子形状。

以式(12)取代动量因子  $\psi$ ，可以得到自适应动量项的自然梯度盲源分离算法(VM-NGA)。

$$\begin{aligned} W_2(k+1) = & \mu \left[ I - f \left[ y(k) \right] y^T(k) \right] W(k) + \\ & W(k) + \psi(k) \left[ W(k) - W(k-1) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

其基本思想是通过  $\widehat{PI}(k)$  构造的动量因子函数  $\psi(k)$  取代固定动量因子  $\psi$ ，依据信号分离状态自适应调整动量因子大小。

为了提高信号盲源分离处理时的性能，要求盲源分离算法在提高收敛速度、减小稳态误差的同时，还要实时自适应增加分离矩阵在每次迭代时的修正量。结合以上分析，将变步长和动量项同时代入自然梯度中，得到了引入自适应动量项的变步长盲源分离算法(VS-M-NGA)，如图1所示。

$$\begin{aligned} W_3(k+1) = & \mu_2(k) \left\{ I - f \left[ y(k) \right] y^T(k) \right\} W(k) + \\ & W(k) + \psi(k) \left[ W(k) - W(k-1) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

其中， $\mu_2(k) = \alpha_2 \left( 1 - e^{-\beta_2 \widehat{PI}(k)} \right)$  为自适应步长， $\alpha_2$  和  $\beta_2$  为经验参数， $\psi(k)$  为式(12)自适应动量因子。算

法流程如图2所示。

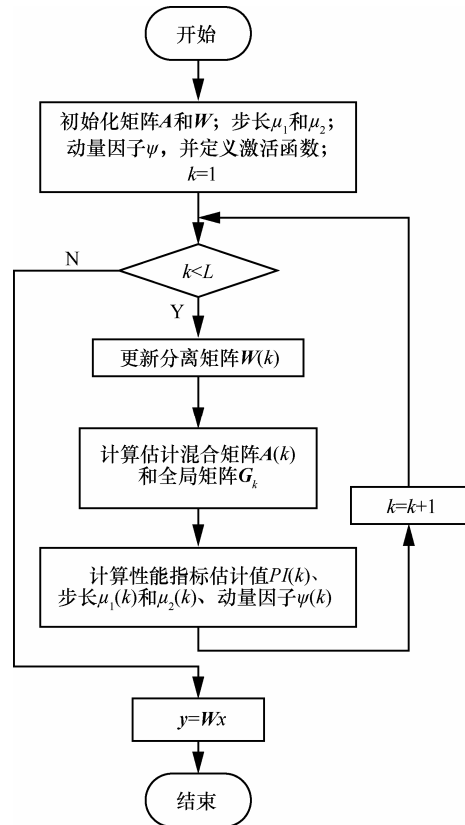


图2 VS-M-NGA 算法流程

1) 初始化步长  $\mu(0)$ ；分离矩阵  $W(0) = 0.5I$ ，其中， $I$  为单位阵；估计混合矩阵初始化  $\widehat{A}(0) = 1 - 2\text{rand}(\cdot)$  各元素在  $[-1,1]$  随机产生，并依据信号峭度选取适当非线性激活函数  $f(y)$ 。

2) 实时处理混合信号，对其逐点进行迭代，更新分离矩阵  $W$ 。混合信号  $x(k)$  通过分离矩阵  $W(k)$  计算得到估计信号  $y(k)$ ，再经过式(14)对混合信号逐点更新分离矩阵  $W$ 。

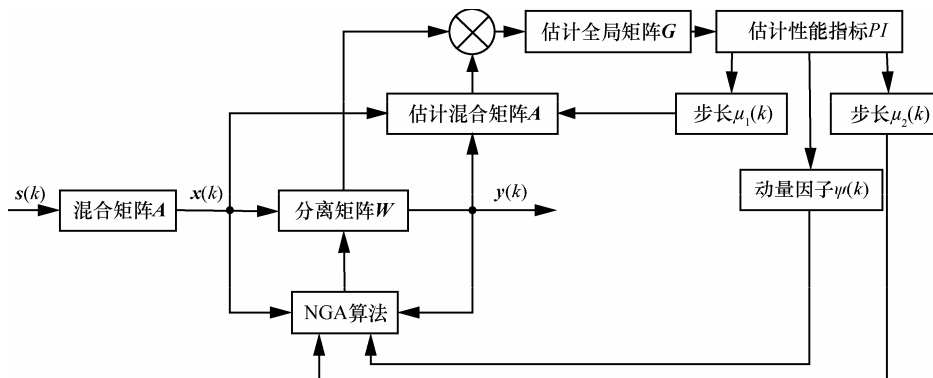


图1 VS-M-NGA 算法模型

3) 在更新分离矩阵的过程中, 根据  $\widehat{PI}(k)$  调整步长  $\mu(k)$  和动量因子  $\beta(k)$  的大小, 使步长和动量因子随着  $\widehat{PI}(k)$  值的下降而不断减小。在步骤 2) 的基础上, 计算估计混合矩阵  $\widehat{A}(k)$  和全局估计矩阵  $\widehat{G}_k$ ; 根据  $\widehat{G}_k$  计算性能指标估计值  $\widehat{PI}(k)$ ; 根据  $\widehat{PI}(k)$  计算步长  $\mu_1(k)$  和  $\mu_2(k)$ 、动量因子  $\psi(k)$  大小, 为下一次分离矩阵的更新做准备。

4) 针对混合信号每一点循环执行步骤 2) 和步骤 3)。处理完所有混合信号, 由步骤 2) 获得最终分离矩阵  $W$ , 通过式(3)可以计算出统计独立的分离信号  $y(k)$ 。

## 5 仿真实验

### 5.1 在平稳和非平稳环境下的盲源分离实验

选取 Chebysev 映射、Henon 映射和 Logistic 映射为 3 路源信号。

$$s_1(k) = \cos\{4 \cos^{-1}[s_1(k-1)]\} \quad (15)$$

$$\begin{cases} s_2(k) = 1 - 1.4s_2^2(k-1) + r(k-1) \\ r(k) = 0.3s_2(k-1) \end{cases} \quad (16)$$

$$s_3 = s_3^2(k-1) - 2 \quad (17)$$

仿真在平稳环境下进行时, 混合矩阵  $A \in R^{3 \times 3}$  是均匀分布于  $[-1, 1]$  的随机矩阵, 即  $A = 1 - 2\text{rand}(3, 3)$ 。非平稳环境下, 信道突变前  $A_0 = 1 - 2\text{rand}(3, 3)$ ; 突变后  $A = A_0 + \vartheta \text{rand}(\text{size}(A_0))$ ,  $\vartheta = 0.01$ 。NGA 算法采用固定步长为 0.001, 自适应步长初值  $\mu(0) = 0.001$ ,  $\alpha_1 = 0.4$ ,  $\beta_1 = 0.003$ ,  $\alpha_2 = 0.6$ ,  $\beta_2 = 0.002$ , 自适应变动量因子初值  $\psi(0) = 0.8$ ,  $\delta = 0.8$ ,  $\varepsilon = 0.3$ ,  $W(0) = 0.5I$ , 估计混合矩阵初值  $\widehat{A}(0) = 1 - 2\text{rand}(3, 3)$ , 非线性激活函数  $f(y) = y^3$ , 平稳环境时  $k = 18\ 000$ , 非平稳环境时  $k = 36\ 000$ 。本文做 100 次蒙特卡罗仿真后取平均值。

图 3(a) 是平稳环境下通过本文估计混合矩阵方法得到的  $\widehat{PI}$  值和变步长自然梯度得到的真实值  $PI$  曲线变化趋势基本一致, 说明  $\widehat{PI}$  可作为  $PI$  的有效估计。图 3(b) 是非平稳环境下信道突变后估计值  $\widehat{PI}$  紧随着真实值  $PI$  变化, 尤其是在信道突变后估计值迅速锁定了真实值, 并保持基本一致, 说明在非平稳环境下该方法也可使  $\widehat{PI}$  作为  $PI$  的估计且在突变

后效果更为突出。混合矩阵的有效估计是利用  $\widehat{PI}$  构造函数调整步长和动量因子的前提, 是本文改进算法的基础。

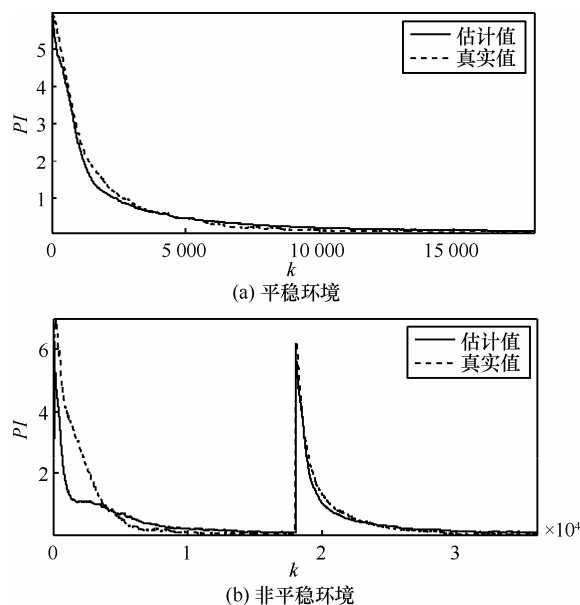


图 3  $PI$  真实值和估计值

由图 4(a) 可知, 在平稳情况下, VS-NGA 算法比 NGA 算法收敛速度快, 稳态误差小, 算法性能有了明显提升。图 4(b) 中通过构造函数调整初始步长, 由较大值逐渐减小并收敛平稳, 符合算法对步长要求, 即在迭代开始阶段取值较大, 随后逐渐减小。当步长迭代到 10 000 次时, VS-NGA 算法基本收敛, 此时, 步长减小到  $10^{-4}$  左右。

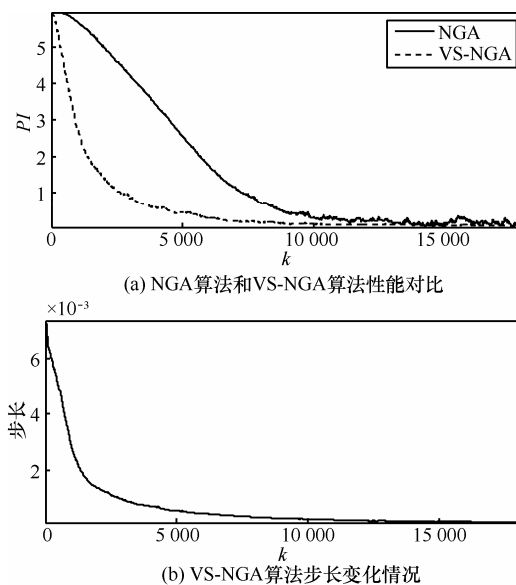


图 4 平稳环境下 NGA 算法和 VS-NGA 算法性能对比及 VS-NGA 算法步长变化

由图 5(a)可知, VM-NGA 算法可在迭代 8 000 次左右收敛, NGA 算法在迭代 12 000 次左右才收敛, 两者最终收敛时的性能相差不大, 稳态误差都较大。图 5(b)表明, VM-NGA 算法可有效提高算法收敛速度, 算法迭代后动量因子由初始值逐渐变小, 符合算法对动量因子随迭代次数由大变小的要求。当动量因子减小到 0.02 左右时, VM-NGA 算法基本收敛。随着动量因子继续减小, VM-NGA 算法性能不会有大的提升。

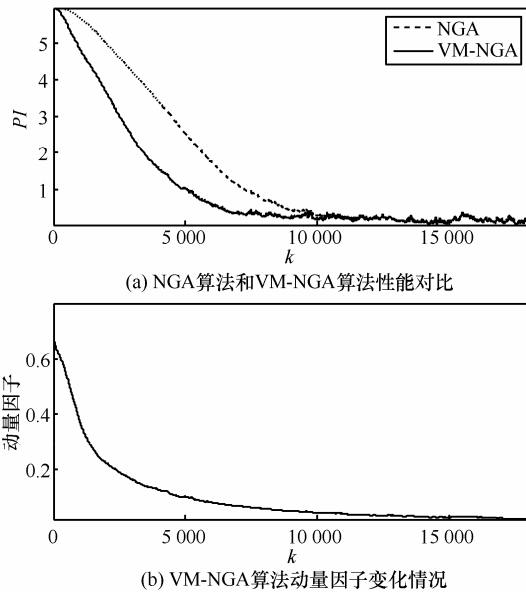


图 5 平稳环境下 NGA 算法和 VM-NGA 算法的性能对比及 VM-NGA 算法动量因子变化

如图 6 所示, VS-M-NGA 算法收敛速度在 4 种算法中最高, 迭代 7 000 次左右时就基本收敛, 并且稳态误差最小。VS-NGA 算法收敛速度其次, 迭代到 15 000 次左右基本收敛, 稳态误差与 VS-M-NGA 算法相当。VM-NGA 算法收敛速度仅比 NGA 算法快, 但稳态误差较大。NGA 算法收敛速度最慢, 稳态误差也较大, 3 种改进算法在性能上都优于 NGA 算法。本文提出的 VS-M-NGA 算法依据性能指标自适应变步长和变动量因子, 在平稳环境下对混沌信号进行盲源分离实验时, 分离效果最理想。

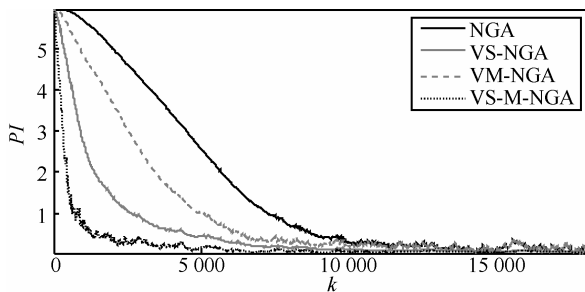


图 6 平稳环境下 4 种算法性能比较

图 7(a)中, 信道突变前 VS-NGA 算法在迭代 10 000 次左右收敛, 比 NGA 算法收敛快且稳态误差小; 信道突变后 VS-NGA 算法分离效果依然优于 NGA 算法。由图 7(b)可以看出, 非平稳环境下信道突变后步长收敛速度变快, 算法收敛时, 相应的步长减小到了  $10^{-4}$  左右。说明 VS-NGA 算法适用于非平稳环境, 且信道突变后步长收敛速度更快。

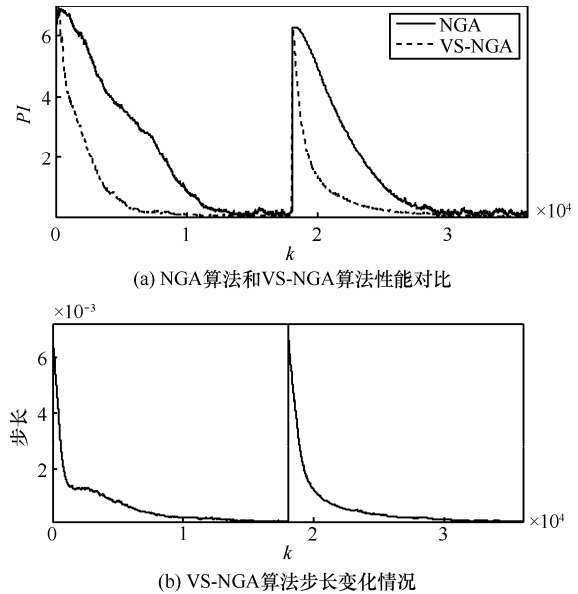


图 7 非平稳环境下 NGA 算法和 VS-NGA 算法性能对比及 VS-NGA 算法步长变化情况

图 8(a)是在非平稳环境下, VM-NGA 算法在信道突变前后收敛速度都比 NGA 算法快, 收敛后两者稳态误差相当。说明 VM-NGA 算法应用到盲源

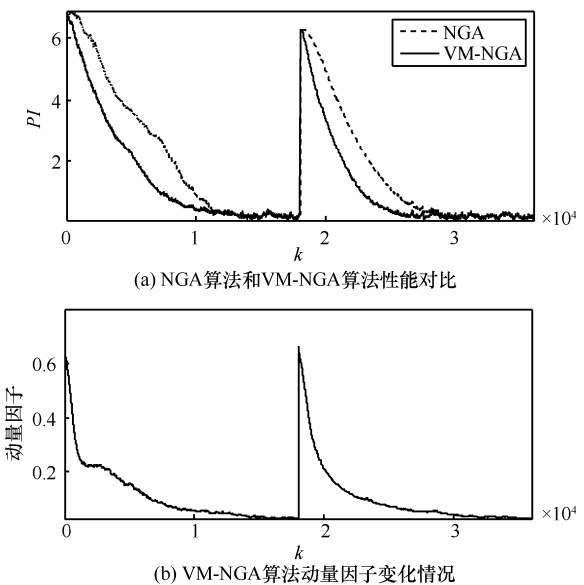


图 8 非平稳环境下 NGA 算法和 VM-NGA 算法性能对比及 VM-NGA 算法动量因子变化

分离是可行的。由图 8(b)得知自适应动量因子可有效提升算法收敛速度，但稳态误差仍有待减小。VM-NGA 算法在信道突变前后收敛时，相应的动量因子都减小到了 0.02 左右。从整体性能来看，VM-NGA 算法仅从收敛速度上优于 NGA 算法。

分析图 9 性能曲线，信道突变前后 4 种算法都相继收敛，但稳态误差有所不同。VS-M-NGA 算法能在迭代次数较少的情况下快速收敛，达到收敛时稳态误差最小，分离性能相较于其他 3 种算法有了很明显的提升。VS-NGA 算法整体性能次之，收敛时稳态误差也较小，只是收敛速度稍慢。VM-NGA 算法和 NGA 算法在信道突变前勉强收敛，但稳态误差较大，信道突变后稳态误差也较大。可见，VS-M-NGA 算法结合变步长和动量项优点，在非平稳环境下进行盲源分离时性能良好，具有一定抗信道突变能力。

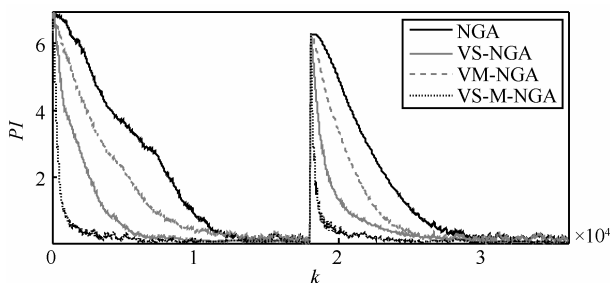


图 9 非平稳环境下 4 种算法性能比较

### 5.2 各算法性能对比实验

使用基于信号波形的相似系数作为评价性能指标。相似系数<sup>[12]</sup>可表示为

$$\xi_{ij} = \xi(y_i, s_j) = \frac{\left| \sum_{t=1}^M y_i(k) s_j(k) \right|}{\sqrt{\sum_{t=1}^M y_i^2(k) \sum_{t=1}^M s_j^2(k)}} \quad (18)$$

当  $y_i = c s_j$  ( $c$  为常数) 时， $\xi_{ij} = 1$ ；当  $y_i$  与  $s_j$  相互独立时， $\xi_{ij} = 0$ 。当  $\xi_{ij}$  越接近于 0，说明  $s(t)$  和  $y(t)$  越不相干，即相互独立； $\xi_{ij}$  越接近于 1，说明

分离信号和源信号在波形方面的变化越小，可以认为盲源分离效果比较理想。

引入 FastICA 算法和 EASI 算法与 VS-M-NGA 算法比较，其中，EASI 算法的非线性激活函数选取  $f(y) = y^3$ ，步长选取 0.005；VS-M-NGA 算法激活函数和各参数取值与 5.1 节相同；取 3 路源混沌映射信号序列长度分别为 500、1 000 和 1 500。图 10 是源信号和通过 VS-M-NGA 算法得到的分离信号的前 100 个数据点波形，可以看出，第一路分离信号是第二路源信号的估计；第二路分离信号是第三路源信号反转后的估计；第三路分离信号是第一路源信号的估计，体现了盲分离模糊性。3 种算法在平稳环境下进行 100 次蒙特卡罗仿真得到的平均相似系数如表 1 所示。

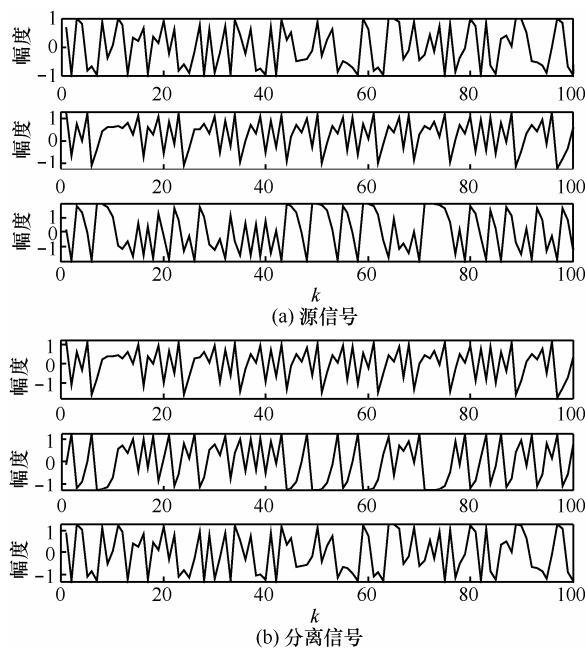


图 10 混沌映射信号波形

从表 1 可以看出，FastICA 算法在混沌映射信号长度不同时相似系数变化不大，EASI 算法和 VS-M-NGA 算法在信号序列长度越大的情况下相似系数越大。这是由于 FastICA 算法属于批处理算

表 1 相似系数对比

算法	Chebyshev 序列长度			Henon 序列长度			Logistic 序列长度		
	500	1 000	1 500	500	1 000	1 500	500	1 000	15 00
FastICA	0.783 5	0.763 5	0.761 3	0.925 8	0.936 8	0.932 1	0.663 6	0.705 5	0.690 7
EASI	0.815 7	0.934 3	0.980 1	0.726 5	0.876 7	0.976 5	0.912 1	0.968 6	0.996 8
VS-M-NGA	0.985 1	0.996 2	0.998 5	0.952 0	0.997 0	0.996 0	0.994 9	0.998 4	0.999 5

法，受信号长度影响较小，但分离性能较差；EASI 算法和 VS-M-NGA 算法属于自适应算法，会受到信号长度影响。VS-M-NGA 算法在相似系数指标方面优于传统算法，适用于混沌映射信号序列较小的情况，克服了智能算法相空间重构方法的不足，对这 3 路混沌映射信号的分离起到了很好效果。

### 5.3 VS-M-NGA 算法在含噪声情况下的分离实验

混沌信号在应用中难免会混有一定的噪声，在含噪环境中有效分离混沌信号尤为重要，由于混沌信号频谱与噪声相互重叠，其类似噪声性质增加了分离难度。源信号由 Lorentz 吸引子和 Rossler 吸引子这 2 种吸引子产生的混沌流信号和色噪声组成，分别表示为式(19)和式(20)。

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = s(y-x) \\ \frac{dy}{dt} = rx - y - xz \\ \frac{dz}{dt} = xy - bz \end{cases} \quad (19)$$

其中，参数  $s=10$ ， $r=45.92$ ， $b=\frac{8}{3}$ ，信号初值分别为 0.3、0.6、0.3，积分步长为 0.01。

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -y - z \\ \frac{dy}{dt} = x + ay \\ \frac{dz}{dt} = b + z(x - c) \end{cases} \quad (20)$$

其中，参数  $a=0.2$ ， $b=0.2$ ， $c=5$ ，信号初值分别为 0.8、0.5、0.3，积分步长为 0.05。

以上混沌吸引子通过 4 阶龙格库塔法进行积分，色噪声利用高斯白噪声和滤波器产生，其滤波器传递函数为

$$H(z) = \frac{1 + 0.5z^{-1} + 0.2z^{-2}}{1 - 1.5z^{-1} + 0.7z^{-2} + 0.1z^{-3}} \quad (21)$$

图 11 是信号前 1 000 个数据点波形，图 11(a) 分别是 Lorentz 混沌流信号、Rossler 混沌流信号以及色噪声的源信号波形；图 11(b) 是图 11(a) 的混合信号波形；图 11(c) 是通过 VS-M-NGA 算法得到的 3 种分离信号波形，同样也体现了盲分离模糊性。表 2 为 FastICA 算法、EASI 算法和 VS-M-NGA 算法在信号数据点为 1 000 时的平均相似系数比较情况。VS-M-NGA 算法对混沌流信号

和色噪声盲源分离效果明显优于传统算法。

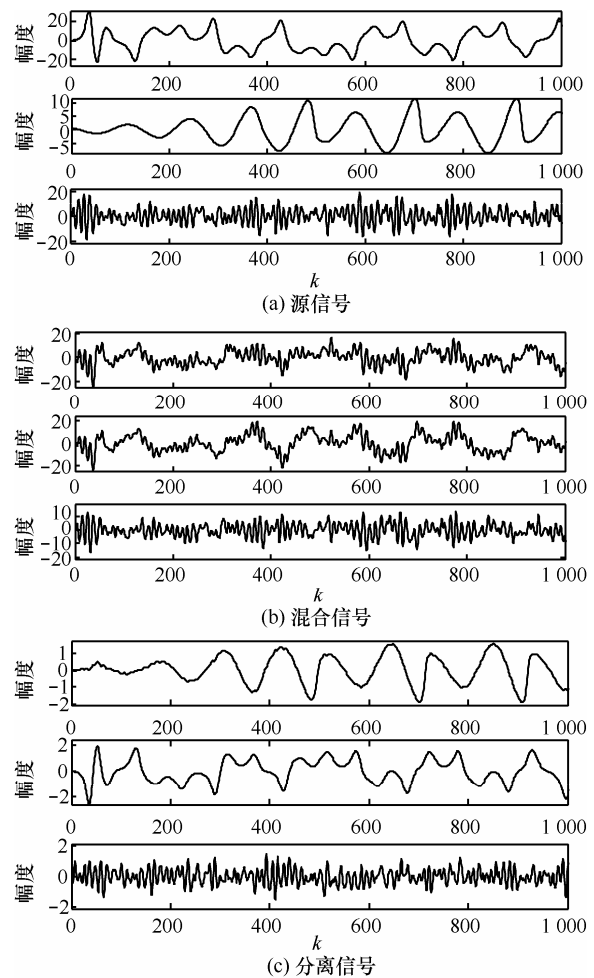


图 11 混沌流信号和色噪声波形

表 2 混沌流—色噪声信号相似系数对比

算法	Lorentz	Rossler	色噪声
FastICA	0.779 9	0.758 2	0.688 4
EASI	0.943 5	0.951 5	0.919 3
VS-M-NGA	0.966 7	0.950 9	0.996 8

## 6 结束语

本文通过估计混合矩阵得到估计性能评价指标，以此构造随信号分离程度变化的函数。在自然梯度算法基础上加入动量项，利用选取合适经验参数的构造函数分别更新算法的步长和动量因子，可有效均衡收敛速度和稳态误差。仿真实验表明，在平稳和非平稳环境下混合矩阵都得到了有效估计，步长和动量因子变化符合算法要求。本文提出的方法有一定抗信道突变的能力，性能优于传统算法，提高了收敛速度并取得了较小的

稳态误差；对混合混沌映射信号、混沌流信号和色噪声盲源分离时效果明显，为盲源分离算法的改进提供了理论补充。

### 参考文献：

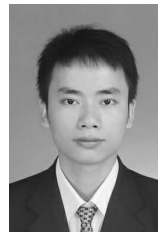
- [1] LIANG Y, HARRIS J, NAQVI S M, et al. Independent vector analysis with a generalized multivariate Gaussian source prior for frequency domain blind source separation[J]. *Signal Processing*, 2014, 105(12): 175-184.
- [2] 季策, 杨坤, 陶奕名, 等. 一种非平稳环境下的自适应变步长盲源分离算法[J]. *控制与决策*, 2016, 31(4):735-739.  
JI C, YANG K, TAO Y M, et al. An adaptive variable step-size blind source separation algorithm in nonstationary environment [J]. *Control and Decision*, 2016, 31(4): 735-739.
- [3] OU S F, WANG X Y, GAO Y. Adaptive improved RLS algorithm for blind source separation [J]. *Wydawnictwo SIGMA-NOT*, 2013, 89(3b): 81-83.
- [4] 欧世峰, 高颖, 赵晓晖. 自适应组合型盲源分离算法及其优化方案[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(5):1243-1247.  
OU S F, GAO Y, ZHAO X H. Adaptive combination algorithm and its modified scheme for blind source separation[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(5):1243-1247.
- [5] 欧世峰, 高颖, 赵晓晖. 基于随机梯度的变动量因子自适应白化算法[J]. *自动化学报*, 2012, 38(8):1370-1374.  
OU S F, GAO Y, ZHAO X H. Stochastic gradient based variable momentum factor algorithm for adaptive whitening [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(8):1370-1374.
- [6] 欧世峰, 耿超, 高颖. 动量项盲源分离算法及其性能优化策略[J]. *电子学报*, 2014, 42(1):42-48.  
OU S F, GENG C, GAO Y. Momentum term based blind source separation algorithm and its performance modified strategies[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2014, 42(1):42-48.
- [7] ANDERSON M, ADALI T, LI X L. Joint blind source separation with multivariate gaussian model: algorithms and performance analysis[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(4):1672-1683.
- [8] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.  
ZHANG X D. *Matrix analysis and applications*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.
- [9] XU P, SHEN Y, SU Q. Blind source separation with variable step-size method based on a reference separation system[C]//*IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing*. 2014: 110-114.
- [10] YANG H H, AMARI S. Adaptive online learning algorithms for blind separation: maximum entropy and minimum mutual information[J]. *Neural Computation*, 1997, 9(5): 1457-1482.

- [11] MKADEM F, BOUMAIZA S. Physically inspired neural network model for RF power amplifier behavioral modeling and digital predistortion[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory & Techniques*, 2011, 59(4): 913-923.
- [12] 陈雷, 张立毅, 郭艳菊, 等. 基于时间可预测性的差分搜索盲信号分离算法[J]. *通信学报*, 2014, 35(6):117-125.  
CHEN L, ZHANG L Y, GUO Y J, et al. Blind signal separation algorithm based on temporal predictability and differential search algorithm[J]. *Journal on Communications*, 2014, 35(6):117-125.

### 作者简介：



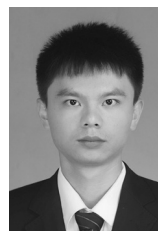
张天骐（1971-），男，四川眉山人，博士后，重庆邮电大学教授，主要研究方向为扩频信号的盲处理、神经网络实现以及信号的同步处理。



马宝泽（1990-），男，河北廊坊人，重庆邮电大学硕士生，主要研究方向为盲源分离改进。



强幸子（1986-），男，陕西咸阳人，重庆邮电大学硕士生，主要研究方向为扩频信号盲处理。



全盛荣（1990-），男，湖南衡阳人，重庆邮电大学硕士生，主要研究方向为调频信号参数估计。